# Лекция 7. Электромагнитные волны

Вспомним знаменитые уравнения Максвелла

- $[\vec{\nabla}\vec{E}] = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ - закон Фарадея
- $[\vec{\nabla}\vec{D}] = \rho$ - теорема Гаусса
- $[\vec{\nabla}\vec{H}] = \vec{j} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ - закон Ампера
- $\vec{\nabla}\vec{B} = 0$ - теорема Гаусса для магнитного поля

А также $\vec{\nabla}\vec{j} = -\dfrac{\partial\rho}{\partial t}$ - уравнение непрерывности, $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$

В среде однородной, нейтральной ($\rho = 0$) и непроводящей ($j = 0$) получаем:

$$[\vec{\nabla}\vec{E}] = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad [\vec{\nabla}\vec{H}] = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$
$$[\vec{\nabla}\vec{D}] = 0 \qquad \vec{\nabla}\vec{B} = 0$$

Из этого:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\parallel$$
$$\frac{\partial}{\partial t}[\vec{\nabla}\vec{H}] = \left[\vec{\nabla}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right] = -\frac{1}{\mu\mu_0}[\vec{\nabla}[\vec{\nabla}\vec{E}]] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - (\vec{\nabla}\vec{\nabla})\vec{E} \underset{\vec{\nabla}\vec{D}=\vec{\nabla}\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}=0}{=\!=\!=} -\vec{\nabla}^2\vec{E}$$

Далее получаем $-\vec{\nabla}^2\vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$. Приходим к волновым уравнениям:

$$\nabla^2\vec{E} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$
$$\nabla^2\vec{H} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Коэффициент перед вторым членом определяет скорость волны $v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где $c$ - скорость света в вакууме

Главное отличие волны от колебания - это то, что волна переносит энергию

В простейшем случае решением уравнения может быть такая функция (так называемая гармоническая расходящася сферическая волна):

$E(r,t) = E_0\cos(\omega t \pm \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$, где $\vec{k}$ - волновой вектор, а $\vec{r}$ - расстояние от наблюдаемой нами точки до источника волн

В таком случае поток по сферам разных радиусов в центре источника будет одинаков

Если волна зависит только от одной координаты, то волна будет называться плоской: $E(x,t) = E_0\cos(\omega t \pm kx + \varphi_0)$

Анализ электромагнитных волн (ЭМВ) показывает, что они обладают свойствами:

- Вектора $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{k}$ взаимно ортогональны и образуют правовинтовую тройку векторов

- Между напряженностью электрического поля и индукцией магнитного поля волны в вакууме существует прямая связь: $|\vec{E}| = c|\vec{B}|$ (не в вакууме $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}|\vec{E}| = \sqrt{\mu\mu_0}|\vec{B}|$)

При этом начальная фаза и частота у колебаний $B$ и $E$ равны

Объемная плотность ЭМ-энергии равна: $w = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$. Из этого $w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \dfrac{EH}{v}$, где $v$ - скорость волны

Вектор $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$ называют вектором Умова-Пойнтинга и отображает плотность потока энергии

Интенсивность волны (мощность, переносимая через площадку за время) равна усредненному модулю вектора Умова-Пойнтинга за данный промежуток времени $I = \langle|\vec{S}|\rangle = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_m^2$

Для ЭМВ также справедлив эффект Доплера:

- Продольный: $f = f_0 \cdot \sqrt{\dfrac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$
- Поперечный: $f = f_0 \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$

Здесь $f_0$ - частота волн, испускаемых источником, $f$ - частота волн, воспринимаемых приемников, $v$ - скорость источника относительно приемника

Из граничных условий при переходе между средами и из знания того, что свет - ЭМВ, выводится закон Снелла