13. Электрическое поле в диэлектриках и проводниках. Конденсаторы

Поляризованность

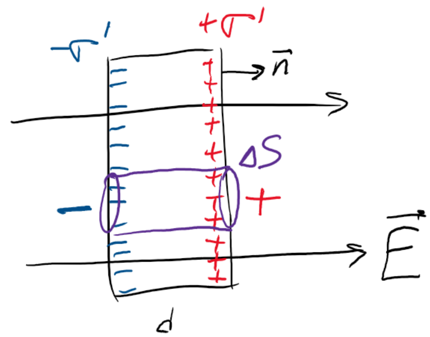
$\vec{P} = \dfrac{\sum_{\Delta V} \vec{p}}{\Delta V}$ $\qquad [P] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$

$\chi \geq 0$ - диэлектрическая восприимчивость ($\chi = 0$ для воздуха и вакуума)

$\vec{P} \uparrow\uparrow \vec{E}$

Обычно, зависимость поляризованности от напряженности внешнего электрического поля линейна. Однако у сегнетоэлектриков она не линейная - при колебаниях направления напряженности поля зависимость поляризованности образует на графике петлю гистерезиса из-за того, что сегнетоэлектрики меняют свою диэлектрическую проницаемость



Возьмем пластину толщиной d. Поместим ее в однородное горизонтальное электрическое поле. По воздействием поля слева на пластине образуется отрицательный заряд, а справа положительный

Выделем элементарный цилиндр высотой d. Его можем представить как диполь

$|\vec{P}| = \dfrac{|\sum \vec{p}|}{\Delta V} = \dfrac{|\vec{p}|}{\Delta V} = \dfrac{q'd}{\Delta S d} = \dfrac{q'}{\Delta S} = \sigma'$ - поверхностное распределение заряда

Для произвольного направления внешнего поля: $P_n = P\cos\alpha = \sigma'$, где α - угол между вектором поляризованности и нормальный вектором к боковой поверхности пластины

Теорема Гаусса для вектора поляризованности

Мет. Теорема Гаусса - $\displaystyle\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q_{\text{общ}}}{\varepsilon_0}$

Найдем поток $\vec{P}$ через ds

$\displaystyle\int \vec{P} d\vec{s} = \int P\cos\alpha ds = \int \sigma' ds = \int dq' = q'$

Если поверхность замкнутая: $\displaystyle\oint \vec{P} d\vec{s} = -q'$ - теорема Гаусса для вектора поляризованности

Взаимосвязи q' и q (σ' и σ)

$\displaystyle\oint \vec{P} d\vec{s} = -q'$

$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$

$\displaystyle\chi\varepsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{s} = -q'$

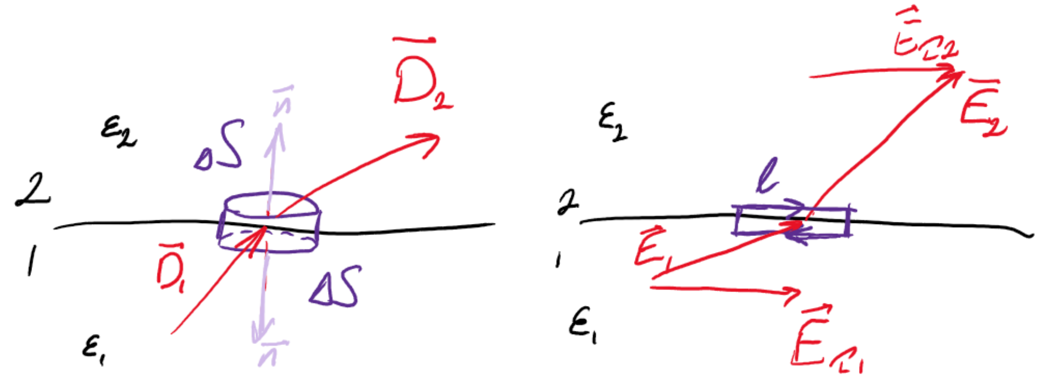
$\chi q_{\text{общ}} = -q'$, где $q_{\text{общ}} = q_{\text{связ}} + q_{\text{своб}}$
$\chi(q+q') = -q'$
$q' = -\dfrac{\chi q}{1+\chi}$ - связанный заряд появится только тогда, когда есть свободные
Значит внутри диэлектриков связанных зарядов нет

Электрическое смещение (электрическая индукция)

Мет. $\oint \vec{E}d\vec{s} = \dfrac{q+q'}{\varepsilon_0}$
$\oint \varepsilon_0\vec{E}d\vec{s} + \oint \vec{P}d\vec{s} = q$
$\oint \underbrace{(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P})}_{\vec{D}}d\vec{s} = q$
$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$ - электрическое смещение $[D] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$
$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \chi\varepsilon_0\vec{E} = (1+\chi)\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$
$\varepsilon = 1+\chi$ - диэлектрическая проницаемость среды

Граничные условия

Возьмем элементарный цилиндр и поместим его на границе двух сред с разными проницаемостями
Тогда при уменьшении высоты цилиндра получим поток через него:
$\Phi = P_{2n}\Delta S - P_{1n}\Delta S = -\sigma'\Delta S$
$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma'$
Если какая-то среда не является диэлектриком (например, первая становится воздухом), то
$P_{2n} = -\sigma'$
$\xi\varepsilon_0 E_n = -\sigma'$, где E_n - поле внутри диэлектрика
Для электрического смещения:
$\Phi = D_{2n}\Delta S - D_{1n}\Delta S = q_{\text{своб}}$
$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_{\text{своб}}$
Но для диэлектриков $q_{\text{своб}} = 0$, поэтому $D_{2n} = D_{1n}$
Для напряженности:
$\oint \vec{E}d\vec{l} = E_{\tau 2}l \cdot E_{\tau 1}l = 0$ по теореме о циркуляции
$E_{\tau 2} = E_{\tau 1}$
Линии напряженности поля преломляются на границе двух сред



Конденсатор

Конденсатор - две пластины, между которыми есть разность потенциалов. Из-за этого конденсатор может иметь электроемкость, которую измеряют в фарадах

$C = \frac{q}{\varphi}$ $[C] = \Phi$

Для плоского конденсатора:

$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{Ed} = \frac{q\varepsilon_0\varepsilon}{d\sigma} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

Для цилиндрического конденсатора:

$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\int \vec{E}d\vec{l}} = \frac{l \cdot 2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$