10. Теорема Гаусса

$$\Phi = \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$
 $d\Phi = \vec{E} d\vec{s} = E_n ds$, где $E_n = E \cos \alpha$

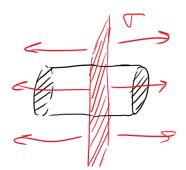
Ех. 1. Однородная равномерно заряженная бесконечная плоскость,

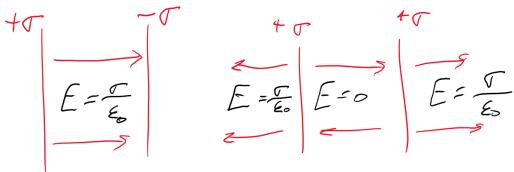
$$\sigma$$

$$\Phi = 2\Phi_{\text{och}} + \Phi_{\text{och}} = 2\Phi_{\text{och}} = 2E \cdot S_{\text{och}} = \frac{a}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S_{\text{och}}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Если плоскости противоположно заряжены и расположены друг против друга, то получаем конденсатор. Если плоскости имеют одноименный заряд, то между ними напряженность равна нулю





 $Ex.\ 2.\$ Цилиндрическая нить/стержень с плотностью заряда au Сделаем цилиндрическую поверхность вдоль стержня

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E dS_{\text{6ok}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{n}_2 \uparrow \uparrow \vec{E}$$

Так как $E={\rm const}$ на расстоянии $r,\ E={q\over 2\pi r h \varepsilon_0}={h\tau\over 2\pi r h \varepsilon_0}={\tau\over 2\pi r e_0}$

Ех. 3. Сфера (пустотелая)

Выбираем сферу радиуса r < R, для нее $\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0$

 $\vec{E}=0$ внутри сферы, так как внутри заряда нет

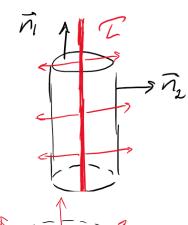
Выберем сферу радиуса r > R

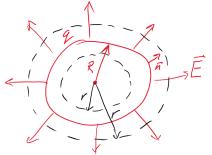
$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Ех. 4. Шар (полнотелый)





При $r \ge R$ получаем аналогичную сфере ситуацию: $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

При
$$r < R$$
 $E \cdot S = \frac{q'}{\varepsilon_0}$ $(q'$ - заряд внутри поверхности)

$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{q'}{V'} \Longrightarrow q' = \frac{q \cdot r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{q \cdot r^3}{R^3} \cdot \frac{1}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0} = \frac{qr}{4\pi \epsilon_0 R^3}$$

Так как \vec{E} - поле векторное, то к нему можно применить набла-оператор. Тогда получаем:

 $\vec{
abla} \cdot \vec{E} = {
m div} \vec{E}$ - дивергенция поля

 $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \mathrm{rot} \vec{E}$ - ротор поля

По теореме Гаусса:

По теореме Гаусса:
$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho dV = \frac{1}{\varepsilon_0} \langle \rho \rangle V$$
При $V \to 0$

$$\frac{1}{V} \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \langle \rho \rangle$$

$$\lim_{V \to 0} \frac{1}{V} \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{arepsilon_0}
ho = {
m div} \vec{E}$$
 - дивергенция поля

Если в точке $A \operatorname{div} \vec{E} < 0$, то в точке $A \operatorname{cmon}$ поля. Если $\operatorname{div} \vec{E} > 0$, то говорят, что в точке ucmon